

## RÉFLEXIONS MÉTHODOLOGIQUES SUR LA MODÉLISATION NON STRUCTURELLE : UNE APPROCHE PAR LES MODÈLES VECTORIELS AUTO-RÉGRESSIFS (VAR) ET LEURS EXTENSIONS DYNAMIQUES

Véronique MEURIOT<sup>1</sup>

**RÉSUMÉ** – *La prise en compte de la dynamique dans les systèmes économiques est un élément primordial du concept de causalité en économie. Depuis les années quatre-vingt, l'économétrie semble se livrer à une importante investigation multidirectionnelle, sous l'impulsion d'un constat d'échec relatif des modèles macroéconométriques prévisionnels dans les années soixante-dix. Nous proposons une réflexion épistémologique sur l'intérêt et la légitimité de l'évolution de la macroéconométrie contemporaine, notamment dans le domaine de la modélisation non structurelle. Il est fait référence aux extensions possibles des modèles VAR, ainsi qu'aux nouvelles méthodes de modélisation macroéconométriques.*

**MOTS-CLÉS** – Causalité, Cointégration, Dynamique, Méthodologie, Modèles VAR, Modélisation non structurelle

**SUMMARY** – Methodological reflexions on non structural modelling: an approach by VAR models and their dynamic extensions

*Considering the dynamics in economic systems is a central element of the causality concept in economics. Since the Eighties, econometrics seems to be devoted to an important multidirectional investigation, brought about by the acknowledgement of the relative failure of the estimated macroeconometric models in the Seventies. We propose an epistemological reflexion on the interest and the legitimacy of the evolution of contemporary macroeconometrics, in particular in the field of non structural modelling. It refers to the possible extensions of the models VAR but also to the new macroeconometric methods.*

**KEY-WORDS** – Causality, Cointegration, Dynamics, Methodology, Non Structural Modelling, VAR Modelling

En rompant avec le paradigme unitaire déterministe qui domine le raisonnement économétrique jusque dans les années vingt [Le Gall, 1995, 2002 ; Armatte, 1995, 2005], la *Cowles Commission* introduit un paradigme « structurel » qui fera acte jusque dans les années soixante-dix en produisant des *modèles explicatifs* qui s'appuient sur la statistique inductive probabiliste. C'est ce que l'on nommera « économétrie classique » ou « économétrie structurelle ». Ces recherches aboutiront à des travaux de modélisation macroéconométriques d'inspiration keynésienne, qui donneront naissance à toute une myriade de maquettes utilisées par les pouvoirs publics américains afin de prévoir les

---

<sup>1</sup> Centre de coopération Internationale en Recherche Agronomique pour le Développement (CIRAD), département environnements et sociétés, UMR MOISA, TA C-99/15, 34398 Montpellier cedex 5, veronique.meuriot@cirad.fr

objectifs de politique économique. De Vroey et Malgrange [2006, p. 7] en donnent une description synthétique□

*Ces modèles macroéconomiques s'inspiraient la plupart du temps d'un même noyau structurel théorique, la version keynésienne du modèle IS-LM. Ce noyau était ensuite enrichi par des considérations dynamiques, dont l'adjonction de mécanismes d'accumulation du capital et de progrès technique inspirés par la tradition de la théorie de la croissance à la Solow, alors le modèle prototype de la théorie néoclassique. Des éléments d'ajustements des prix et des salaires étaient aussi introduits, mais d'une manière partielle de telle sorte que les excédents d'offre continuaient à prévaloir. En conséquence, le système était perpétuellement dans un régime de fonctionnement « keynésien », d'excès d'offre sur les marchés des biens et du travail [...]. Faisant l'objet d'un très large consensus, ces modèles ont régné sans partage sur le monde économique jusqu'au milieu des années 1970.*

En 1972, Lucas attire l'attention sur l'inefficacité des interventions étatiques en raison d'un processus d'anticipation rationnelle<sup>2</sup> des agents économiques qui ont pour conséquence d'altérer les effets des mesures de politique économique et donc de déstabiliser les résultats des prévisions économétriques. Comme l'indiquent Lardic et Mignon [2002, p. 83]□

*[...] ces modèles macroéconométriques [d'inspiration keynésienne] souffrent d'un certain nombre d'insuffisances, telles que :*

- restrictions a priori trop fortes sur les paramètres par rapport à ce que prédit la théorie,
- absence de tests sérieux sur la structure causale,
- traitement inadéquat des anticipations.

De Vroey et Malgrange [2006] n'hésitent pas à parler de « *évolution scientifique* » à la Kuhn pour qualifier cette rupture dans la macroéconométrie, introduite par Lucas.

Parallèlement à cette évolution de l'économétrie, l'analyse temporelle mathématique s'affine. Ainsi, depuis les travaux de Yule [1927] sur le concept d'intégration des chroniques, l'intérêt porté à l'analyse des séries temporelles n'a cessé de croître. Sur la base des travaux de Box et Jenkins [1976] puis de Fuller [1976], l'analyse dynamique des séries temporelles connaît un grand essor. Tout d'abord, Granger [1969] introduit le concept de causalité en économétrie. Il en donne les contours suivants□

*La définition de la causalité est entièrement fondée sur la prédictabilité de certaines séries,  $X_t$  par exemple. Si une série  $Y_t$  contient dans ses valeurs passées une information qui améliore la prédiction de  $X_t$  et si cette information n'est contenue dans aucune autre série utilisée pour calculer le prédicteur, alors on dit que  $Y_t$  cause  $X_t$  [Granger 1969, p. 430].*

En 1972, Sims – alors membre du *National Bureau of Economic Research*, organisme en marge de la Cowles Foundation – déplace le concept de causalité de Granger dans le temps en introduisant la valeur du futur. Il intègre les valeurs prédictives pour mesurer les relations causales entre les variables, et donne une nouvelle définition de la causalité□qui s'appuie sur les valeurs prévues :

*$Y$  ne cause pas  $X$  si et seulement si les valeurs futures de  $Y_t$  ne peuvent servir à prévoir  $X_t$  .*

---

<sup>2</sup> Il s'appuie notamment sur les travaux de Muth [1961]. Le lecteur intéressé pourra se reporter à Walliser [1985, p. 23].

La nuance entre les deux concepts est sensible□ en considérant ce nouvel espace temporel, Sims introduit la possibilité d'une causalité naissant à l'instant  $t$ . Par cette nouvelle *posture* dans la conception de la causalité, Sims [1980] peut alors développer un nouveau champ de modélisation, non structurel, la modélisation vectorielle auto-régressive. Dans le même temps, Granger [1981] s'intéresse à la décomposition des séries temporelles entre tendance longue et perturbations de court terme et bâtit la théorie de la cointégration. Voici le substrat d'une «Nouvelle économétrie□, non structurelle et empreinte de la dimension dynamique des systèmes.

#### L'APPORT DE L'ÉCONOMÉTRIE NON STRUCTURELLE...

Bien que les dénominations «Économétrie structurelle□ et «Économétrie non structurelle□ semblent antagonistes, elles apparaissent relativement complémentaires au plan méthodologique. Ce que l'on définit par non structurel en économétrie est simplement un domaine d'investigation dans lequel les équations structurelles sont abandonnées ; on s'intéresse strictement aux interrelations et interactions entre les variables. Cette démarche est intéressante lorsqu'on recherche les causes de l'apparition d'un phénomène ou encore lorsqu'on veut identifier des dysfonctionnements systémiques. Plus généralement, le recours à l'économétrie non structurelle est intéressant lorsque la théorie n'est pas suffisamment avancée ou que le domaine de recherche est sous-tendu par un fort degré d'autonomie entre les variables, comme en politique économique<sup>3</sup>.

L'économétrie non structurelle n'est pas à considérer comme une méthodologie agressive au sens de Blaug [1992], qui se voudrait supérieure à l'économétrie structurelle et exclusive. Elle constitue bien plutôt une autre voie de recherche. La méfiance des économistes à son égard, et notamment quant aux jugements portés sur les premiers travaux de Sims sur la justification d'une modélisation vectorielle auto-régressive [1980], résulte essentiellement d'une mauvaise interprétation des termes «Non structurel□. L'absence de relations structurelles ne doit pas s'entendre comme une absence de théorie économique sous-jacente. Il s'agit de privilégier une modélisation descriptive par rapport à une modélisation «Théorique□ telle que pratiquée jusque dans les années soixante-dix. Elle n'est donc pas substituable à l'économétrie structurelle. Le domaine non structurel devrait logiquement confirmer les résultats apparus dans l'investigation structurelle : nous donnons un exemple de cette propriété dans la seconde section de cet article. Ainsi, il nous semble justifié de nous intéresser à l'économétrie non structurelle, et plus particulièrement aux capacités de la modélisation vectorielle auto-régressive.

### 1. LA MODÉLISATION DYNAMIQUE NON STRUCTURELLE : UNE CONTRIBUTION NON NÉGLIGEABLE

La critique majeure formulée à l'encontre de l'économétrie classique<sup>4</sup> est clairement résumée par Meidinger (1994) :

*Dans la littérature économétrique, la manière privilégiée de rendre identifiée la structure d'un modèle a bien souvent été obtenue par l'écriture d'équations structurelles desquelles un nombre suffisant de variables sont exclues.*

<sup>3</sup> Cf. Malinvaud [1991, p. 458].

<sup>4</sup> Nous qualifions d'*économétrie classique* les techniques de modélisation à équations simultanées, utilisées par la Cowles Commission.

Comme nous l'avons évoqué précédemment, les techniques de modélisation à équations simultanées sont préjudiciables à la fois à l'économétrie et à l'économie dès lors qu'elles prétendent produire des hypothèses fondamentales. Dans ce cas, toute l'attention est portée sur la cohérence mathématique au détriment de l'analyse économique. Comme le soulignent Koopmans et Reiersol [1950], les restrictions doivent être uniquement imposées par la théorie et surtout pas par le scientifique qui voudrait valider un modèle «*esthétique*». Dans une période plus récente Sims, alors membre du *National Bureau of Economic Research* (institution rivale de la Cowles Commission aux Etats-Unis) dénonce cette pratique qui consiste à introduire beaucoup trop d'hypothèses et de contraintes non testées pour atteindre l'identification mathématique des modèles. En 1980, il élabore une théorie à partir de modèles vectoriels auto-régressifs (VAR). L'objectif de ce nouveau type de modélisation est de proposer une description des interactions existant parmi les composantes d'un phénomène économique. Dès lors apparaît un nouveau champ de modélisation, basé strictement sur l'observation empirique mais ne nécessitant plus d'exclusions et de manipulations *a priori* des variables. La motivation de Sims, clairement avouée dans son article de 1980, est incontestablement le retour vers plus d'empirisme afin de ne plus avoir à supporter de contraintes subjectives pour atteindre l'identification des modèles, mais redonner la priorité à l'économique.

#### LE MODÈLE VECTORIEL AUTO-RÉGRESSIF (VAR)

Au plan statistique, un modèle VAR fait intervenir des variables, traitées de façon symétrique sans condition d'exclusion ou d'exogénéité et avec la même longueur de retard pour chacune. La forme la plus simple est celle du modèle VAR non contraint (Unrestricted Vector Auto-regressive : UVAR), dont l'écriture est :

$$\begin{aligned} Y_{1t} &= \pi_{11}^{(1)} Y_{1,t-1} + \dots + \pi_{11}^{(p)} Y_{1,t-p} + \dots + \pi_{1n}^{(1)} Y_{n,t-1} + \dots + \pi_{1n}^{(p)} Y_{n,t-p} + \varepsilon_{1t} \\ &: \\ Y_{nt} &= \pi_{n1}^{(1)} Y_{1,t-1} + \dots + \pi_{n1}^{(p)} Y_{1,t-p} + \dots + \pi_{nn}^{(1)} Y_{n,t-1} + \dots + \pi_{nn}^{(p)} Y_{n,t-p} + \varepsilon_{nt} \end{aligned} \quad (2)$$

où  $n$  : nombre de variables du modèle,  
 $p$  : nombre de retards,  
 $\pi_{ij}$  : coefficients des variables du modèle de la matrice polynomiale  $\pi(p)$  dans l'opérateur de retard,  
 $\varepsilon_t$  : processus bruit blanc.

Monfort [1990, p. 3] en a donné une écriture plus synthétique sous la forme réduite :

$$Y_t = \pi^*(L) Y_t + \varepsilon_t \quad (3)$$

où  $\pi^*(L)$  est la matrice de taille  $(n,n)$  des coefficients  $\pi_{ij}$  telle que  $\pi(L) = \pi^*(L) - I$  dans l'écriture auto-régressive, avec  $\pi(L) Y_t = \varepsilon_t$  où  $\pi(L)$  est une matrice de taille  $(n,n)$  de polynômes de retard en  $L$  de degré  $p$ .

Les écritures (2) et (3) expriment qu'un phénomène économique particulier ( $Y_{1t}$ ) est étudié en fonction de ses valeurs passées ( $Y_{1,t-1}, \dots, Y_{1,t-p}$ ) et du passé d'autres variables ( $Y_{2,t-1}, \dots, Y_{2,t-p}; Y_{3,t-1}, \dots, Y_{3,t-p}; Y_{n,t-1}, \dots, Y_{n,t-p}$ ). L'originalité de ce modèle est de ne pas contenir de variables purement exogènes :

- il est composé d'autant d'équations qu'il y a de variables sélectionnées,
- chaque variable est endogène dans son équation générique et est alors déterminée par son passé et celui des (n-1) autres variables.

Le résultat d'un tel modèle est de repérer les interactions existant entre les différentes composantes d'un phénomène économique. L'analyse des coefficients de régression nous indique le sens de la causalité entre deux variables lorsqu'elle existe, et l'ampleur de la dynamique temporelle :

- lorsque, par exemple,  $Y_{1,t}$  est causée par  $Y_{4,t-5}$  (dans ce cas  $|\pi_{14}^5|$  est significativement différent de 0), on peut vérifier la nature du lien de causalité, ici unidirectionnelle, puisque c'est une réalisation de  $Y_4$  cinq périodes auparavant qui a influencé la valeur contemporaine de la variable  $Y_1$ ,
- de la même façon, lorsque  $Y_{1,t}$  est causée par  $Y_{4,t-5}$ , alors la réaction de la variable  $Y_1$  se produit cinq périodes plus tard ; nous obtenons ici une expression de la dynamique d'un processus à partir de ses composantes.

### *Une information originale*

L'intérêt de la modélisation non structurelle, telle qu'elle est exploitée dans un modèle VAR, a pour objectif principal de révéler un ensemble de relations causales au sens de Granger [1969], comme le soulignent Fackler et Krieger [1986]. Elle se différencie de la modélisation classique parce qu'elle exploite *sans contrainte* tous les liens de causalité entre les composantes d'un phénomène, et ce dans un espace temporel. La modélisation VAR respecte à la fois la dimension de mutation intrasystémique et la dimension temporelle que requiert l'investigation causale. Le modèle VAR rapporte des liens de causalité apparus au cours d'une période donnée (la longueur de retard  $p$  sélectionnée) et dans les  $n$  directions possibles (chaque variable est endogène dans une équation du modèle). La combinaison de ces deux aspects, sous lesquels l'information causale est révélée, doit nous permettre de mieux discerner entre causes fictives et causes réelles :

- par exemple, lorsqu'une relation causale de faible amplitude apparaît unidirectionnellement dans le temps et une seule fois dans l'évolution dynamique du système, alors l'analyste doit s'interroger sur la pertinence de cette relation : soit la période de temps est trop courte pour laisser entrevoir une cyclicité dans la relation causale, soit un événement extérieur sans lien économique avec le phénomène étudié a produit une valeur *aberrante* de la variable causale à une période particulière (dans ce cas il y a identification d'une cause fictive),
- ou encore, l'analyse symétrique et multidirectionnelle des relations causales mises en exergue dans le modèle, relate un ensemble causal non contraint contrairement à celui révélé par la modélisation classique structurelle. Ce plus grand degré de liberté dans l'espace multidimensionnel des relations causales contribue à optimiser la connaissance conjecturale.

Au regard de la qualité de l'ensemble théorique, il semble que le cheminement optimal de l'économiste doit consister en une confrontation des relations causales issues des deux types de modélisation, structurelle (MS) et non structurelle (MNS). Alors toute causalité révélée simultanément par les deux modèles est vraie (CR) ; les causalités apparues dans la modélisation non structurelle uniquement (ID) sont à exploiter dans l'analyse dynamique du phénomène étudié ; les causalités apparues uniquement dans la modélisation structurelle (CF) doivent être reconsidérées comme causes fictives dans un premier temps, une investigation dans la théorie économique devant permettre de distinguer la nature effective de cet ensemble de causes :

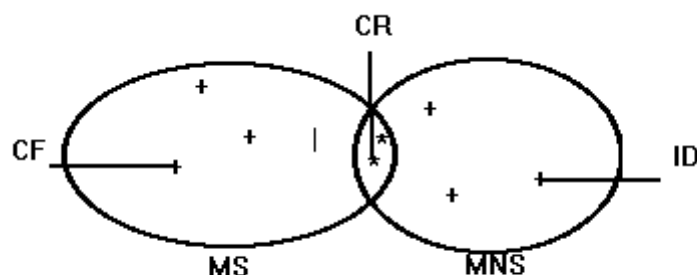


FIGURE 1. L'apport causal de la modélisation non structurale

D'après ce graphique, le sous-ensemble CR constitué par l'intersection des deux types de modélisation ( $MS \cap MNS$ ) rationalise et augmente directement le contenu de l'ensemble théorique, et surtout le corps des hypothèses structurelles ; il y a enrichissement de la qualité et de la quantité de connaissance conjecturale, dans un premier temps tout du moins.

## 2. AUTOUR DE LA NOTION DE STATIONNARITÉ

L'intérêt de la modélisation non structurale de type VAR ne se limite pas à l'optimisation des relations causales. Il est possible d'identifier au moins deux autres sources d'information propices à l'extension de la connaissance conjecturale, voire théorique. La première constitue une investigation préliminaire à la modélisation, tandis que la seconde réside dans une exploitation dynamique des résultats du modèle.

Ces deux extensions, en amont et en aval du modèle VAR, sont générées par l'unique contrainte qu'impose ce type de modélisation : la stationnarité des séries temporelles sélectionnées. La modélisation VAR ne peut mettre en exergue des relations linéaires entre plusieurs variables que si ces dernières sont stationnaires au plan statistique ; ici la stationnarité fait référence à un ordre d'intégration<sup>5</sup> nul dans les parties saisonnières et non saisonnières des processus. Cette «contrainte» tend à s'assouplir grâce à la poursuite des recherches dans ce domaine.

La recherche de stationnarité dans les séries temporelles s'avère être un lieu d'information conséquent sur le phénomène étudié ; au-delà de la simple procédure mathématique de stationnarisation (qui se résume à appliquer le filtre de différenciation adéquat qui produira une forme stationnarisée d'une chronique originale), la non stationnarité initiale des séries temporelles renseigne sur la nature du ou des processus générateurs des variables considérées individuellement. Dès 1927, Yule élabore une théorie de l'intégration ; il s'agit d'étudier l'influence du temps sur l'évolution d'un processus. Un processus intégré est par définition non stationnaire, ce qui confère une structure infinie de sa variance. Le but de la stationnarisation est de stabiliser relativement un processus initial qui ne l'est pas. En supprimant l'influence du temps, on peut étudier l'évolution temporelle

<sup>5</sup> Les travaux les plus marquants dans ce domaine sont ceux de Dickey et Fuller [1979, 1981] ; de nombreuses extensions ont été proposées par exemple dans le cas non paramétrique [Phillips, Perron, 1988], l'approche polynomiale [Ouliaris, Park, Phillips, 1989] ou encore l'approche saisonnière [Hylleberg, Engle, Granger, Yoo, 1990].

*réelle* du processus. Ainsi, on élimine l'influence qu'ont les réalisations précédentes sur la réalisation contemporaine d'un processus pour ne conserver que le(s) processus générateur(s) autre(s) que temporel(s) du processus étudié ; on se rapproche donc d'une recherche de causalité exogène.

Les inconvénients générés par la non stationnarité des séries temporelles sont au nombre de trois au moins :

- *une perte d'information* : si la chronique est absorbée en partie par le facteur temps, des causes réellement significatives risquent d'apparaître fortement diminuées, voire négligeables ; l'élimination du «*biais*» temporel apure la variable considérée et la révèle sous son véritable aspect causal nécessaire à sa compréhension au plan économique,
- *l'apparition de «*régressions fallacieuses*»* : si le facteur temps travestit la nature du processus, alors l'estimation risque d'être déformée,
- *une difficulté à évaluer les retards* : si l'influence du temps n'est pas supprimée, elle risque de fausser là encore la spécification exacte du processus auto-régressif intrinsèque à la chronique.

Ces trois motifs suffisent à justifier la procédure de stationnarisation des séries temporelles, surtout lorsqu'elles doivent participer ensuite à un travail de modélisation et d'estimation. Cette procédure peut s'avérer relativement informative pour l'économiste.

#### CONCEPT DE COINTEGRATION ET ATTRACTEUR

C'est en 1964 qu'apparaît pour la première fois le terme de cointégration, dans les travaux de Sargan. Ses recherches autour des processus non stationnaires sont guidées par l'intérêt de décomposer ces processus en une tendance longue d'une part, et permettre d'isoler les aléas et autres perturbations transitoires d'autre part. En 1986, Granger produira une véritable théorie de la cointégration.

L'apport essentiel de Granger et Engle [1987] est de proposer une amélioration dans la recherche de techniques de modélisation dynamique des processus économiques. Dans la réalité économique les phénomènes purs (sans lien de causalité exogène, inductive ou déductive) n'existent quasiment pas ; la réalisation contemporaine des phénomènes est en partie une réponse, ou une conséquence, d'interactions entre plusieurs processus économiques.

- (1) On entend par *cointégration* la possibilité de réaliser une combinaison linéaire entre deux ou plusieurs séries<sup>6</sup> intégrées du même ordre, cette combinaison devant aboutir à une nouvelle variable «*diffusive*» d'un ordre d'intégration inférieur. La cointégration permet de décomposer un phénomène (de nature bivariée car il est composé des processus  $Y_t$  et  $X_t$ ) en :

- une relation de long terme ou d'équilibre (composante tendancielle encore appelée «*stable*»),
- une relation de court terme ou conjoncturelle.

Soit les processus aléatoires  $Y_t$  et  $X_t$  intégrés d'ordre  $d$  :

$$Y_t \sim I(d) \text{ et } X_t \sim I(d)$$

---

<sup>6</sup> Nous ne considérons ici que la cointégration multivariée qui est la seule qui puisse apparaître dans un modèle VAR, les séries ayant été préalablement stationnarisées.

avec  $\nabla^d Y_t \in I(0)$  et  $\nabla^d X_t \in I(0)$

où  $\nabla^d$  est le filtre de différenciation de Yule qui permet de stationnariser ces processus.

S'il existe une nouvelle série  $Z_t$  telle que :

$$Z_t = Y_t - b'X_t \quad (3)$$

$$Z_t \in I(b), b < d$$

alors  $Y_t$  et  $X_t$  sont dits cointégrés et  $Z_t$  s'interprète comme l'écart à l'équilibre. En effet,  $Z_t$  s'annule lorsque  $Y_t - b'X_t$  est sur la trajectoire d'équilibre de long terme.

Le graphique suivant représente une relation de cointégration bivariable :

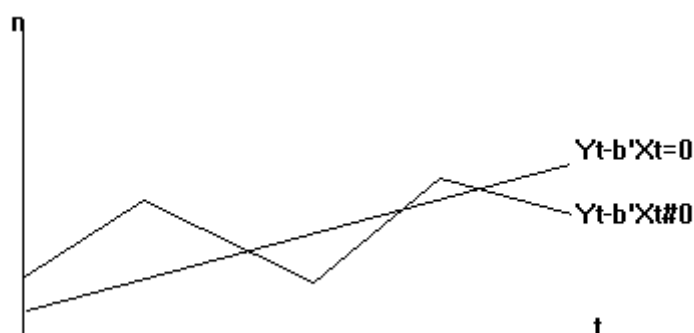


FIGURE 2. Cointégration bivariable

La droite d'équation  $Y_t - b'X_t = 0$  représente la relation de long terme ou «*équilibre*» ; la zone entre la courbe (d'équation  $Y_t - b'X_t \neq 0$ ) et la droite (d'équation  $Y_t - b'X_t = 0$ ) symbolise l'espace dans lequel le système  $(Y_t, X_t)$  évolue sous l'influence de la relation conjoncturelle qui perturbe l'équilibre recherché. Bien évidemment, l'analyste ne doit mener une étude de cointégration qu'entre des processus significativement connexes au plan de la théorie économique. Cette recherche aboutira à l'identification de «*formes fortes*» à l'intérieur d'un phénomène. Par ailleurs, si lors de l'étude d'un phénomène composé de plusieurs variables distinctes, on stationnarise individuellement celles-ci, on s'expose au problème d'une (multi)colinéarité : des variables obéissant à une relation de cointégration ont une même tendance de long terme ; celle-ci demeure en l'état après la stationnarisation dont le but est de supprimer les interférences temporelles. Par conséquent, lors de la modélisation, ces variables apparaîtront (multi)cointégrées et feront échouer l'estimation du modèle. L'un des avantages qu'apporte la recherche de relations de cointégration est d'unifier un même comportement évolutif entre plusieurs variables à l'intérieur d'un phénomène, puisque des séries cointégrées tendent vers un même équilibre de long terme. De plus, il est important de constater que les séries cointégrées<sup>7</sup> sont asymptotiquement équivalentes aux séries de départ puisque la variable cointégrante ( $Z_t$ ) conserve l'information de long terme ; seules les perturbations conjoncturelles ont été supprimées.

<sup>7</sup> Les relations de cointégration dans un modèle VAR ne peuvent être que déterministes ; si elles apparaissent sur la partie stochastique des processus, alors nous sommes en présence d'une multi cointégration, c'est-à-dire qu'il existe plusieurs niveaux de cointégration entre eux (cf. [Granger, Lee, 1989]).



- (2) Granger et Hallman [1991] ont poursuivi leurs recherches dans le domaine de la cointégration ; ces travaux les ont conduits à prolonger logiquement le concept de cointégration par la notion d'attracteur des séries temporelles. Ils définissent un attracteur (ou une zone d'attraction) comme un point (ou un espace) vers lequel une ou plusieurs séries convergent. Effectivement, des séries cointégrées sont régies par une même relation de long terme. L'attracteur est défini par la variable  $Z_t$  :

lorsque  $Z_t = Y_t - b'X_t$

- si  $Z_t = 0$  alors l'attracteur est un point, ou plus exactement l'ensemble des points formant la droite d'équilibre du système cointégré,

- si  $Z_t \neq 0$  alors l'aire constituée par l'écart entre  $Z_t = 0$  et  $Z_t \neq 0$  représente la zone d'attraction du système.

L'attracteur est une mesure de la vitesse de convergence d'un processus vers son équilibre de long terme. Cette notion est intéressante pour la prévision. Intuitivement, l'attracteur d'un phénomène décrit le sentier d'évolution à long terme ; la prévision optimale attendue est la réalisation future du phénomène sur l'attracteur, autrement dit sur la droite d'équilibre  $Y_t - b'X_t = 0$ . Cette notion est une forme potentielle de l'étude causale. S'il existe un attracteur dans un phénomène, il existe *de facto* un lien de causalité puissant entre le phénomène et l'attracteur. Cependant, il ne peut s'agir que d'une causalité unidirectionnelle : l'attracteur est une cause de l'évolution du phénomène, la réciproque n'existe pas.

Le concept de cointégration et la notion d'attracteur sont des nouvelles directions à exploiter dans l'optimisation et la rationalisation de la modélisation VAR en particulier, et de la modélisation dynamique en général. Ces récents approfondissements dans l'analyse du comportement dynamique des processus économiques permettent de progresser dans l'investigation causale à partir de l'inférence statistique en économie. Ces recherches contribuent pleinement à faire progresser la connaissance conjecturale et l'ensemble de la connaissance théorique en proposant une nette amélioration de la compréhension évolutive des processus économiques.

#### UN PROLONGEMENT DYNAMIQUE

Ce que l'on recherche au terme d'une modélisation dynamique c'est incontestablement la ou les directions d'évolution d'un phénomène. L'aboutissement d'un modèle VAR doit nous conduire vers un prolongement méthodologique capable d'identifier les orientations évolutives d'un système. Ce modèle présente l'écriture d'un système économique à partir des coefficients auto-régressifs ; ces derniers retracent l'*historique* du phénomène. Une telle formalisation mathématique se prête particulièrement à une étude des chocs transitoires. Si, comme nous le préconisons, l'estimation du modèle VAR a été réalisée après identification et suppression de toutes les relations de cointégration déterministes, alors non seulement le modèle est stationnaire mais il assure de plus la convergence des estimateurs et l'indépendance des résidus du modèle (comme le soulignent Johansen & Juselius, [1990]), la non réduction des relations de cointégration occulte fortement l'indépendance des résidus du modèle ; de ce fait, l'estimation du modèle VAR par la technique des moindres carrés ordinaires a toutes les chances d'échouer, de faire muter artificiellement le système dans une direction erronée). Il devient possible de retranscrire un modèle VAR en faisant apparaître les multiplicateurs dynamiques du système. C'est sur ces éléments que repose l'étude des chocs. Lutkepohlet Reimers [1992, p. 55] donnent la définition suivante des multiplicateurs dynamiques. Soit l'écriture VAR :

$$Y_t = A_1 Y_{t-1} + \dots + A_p Y_{t-p} + u_t \quad (4)$$

où  $Y_t = (Y_{1t}, \dots, Y_{kt})'$

$A$  : matrice polynomiale de taille  $(k,k)$  des coefficients du modèle, sous la normalisation  $A_0 = I_k$ ,

alors les multiplicateurs dynamiques sont donnés par :

$$\Pi_n = \sum_{j=1}^n \Pi_{n-j} A_j = (\pi_{ik,n}) \quad (5)$$

avec  $\Pi_0 = I_k$

$A_j = 0$  pour  $j > p$ ,

$\pi_{ik,n}$  :  $(ik)^{\text{ème}}$  élément de la matrice  $\Pi_n$ , et représente la réponse de la variable  $Y_i$  à un choc unitaire sur la variable  $k$ ,  $n$  périodes auparavant.

Cette nouvelle formalisation, à partir des multiplicateurs dynamiques, produit un cadre d'analyse propice à mener une étude de la propagation des chocs dans le modèle VAR. Le choc est artificiellement introduit dans une structure afin d'analyser l'importance des perturbations provoquées lors d'une modification-type (généralement d'une unité) d'une des variables du modèle. L'analyste peut ainsi repérer les points de déstabilisation du système et surtout évaluer leur incidence tant en statique (à une période donnée) qu'en dynamique (sur plusieurs périodes). L'étude des chocs sur une structure de type VAR renforce l'analyse de la sensibilité des variables entre elles. Deux grands axes d'interprétation et d'information apparaissent :

- \* *les fonctions de réponse impulsionnelle* : elles sont directement issues des multiplicateurs dynamiques. Ce sont les éléments  $(\pi_{ik,n})$  de la matrice  $\Pi_n$  qui incarnent les fonctions de réponse ; lorsque l'analyste introduit volontairement une modification unitaire sur les innovations, les nouvelles valeurs des éléments  $(\pi_{ik,n})$  constituent les fonctions de réponse impulsionnelle. En définitive, la matrice  $\Pi_n$  est une matrice finie représentative des effets de long terme ; ses éléments,  $(\pi_{ik,n})$ , sont des indicateurs de dépendance marginale temporellement cumulés). Les fonctions de réponse impulsionnelle nous informent sur les évolutions directionnelles des variables d'une part, et sur l'ampleur de ces déviations d'autre part.
- \* *la décomposition de la variance de l'erreur de prévision* : on peut également appréhender la direction et l'ampleur de l'évolution d'un système d'après les écarts de prévision attendus. On analyse les éléments  $(\pi_{ik,n})$ , semblables aux multiplicateurs dynamiques  $(\pi_{ik,n})$  :

$$\pi_{ik,n} = \sum_{h=0}^{h-1} \pi_{ik,n}^2 / \text{MSE}_i(h) \quad (6)$$

avec  $\text{MSE}_i(h)$  :  $i^{\text{ème}}$  élément diagonal de la matrice  $\text{MSE}(h)$ ,

$$\text{MSE}(h) = \Pi_u + \sum_{n=1}^{h-1} \Pi_n \Pi_u' \Pi_n'$$

où  $\Sigma_u$  est la matrice des variances-covariances résiduelle du modèle.

La matrice  $MSE(h)$  est donc la matrice de l'erreur quadratique moyenne de la prévision optimale à la  $h^{\text{ème}}$  étape du processus  $Y_{it} \in (Y_{1t}, \dots, Y_{kt})$ .

Il s'agit ici d'une analyse de la déformation d'un système par comparaison entre les résultats de la prévision «naturelle» et ceux obtenus après l'introduction d'un choc unitaire sur les innovations. L'information est cependant moins détaillée que celle produite par les fonctions de réponse impulsionnelle ; il s'agit d'une information globale pour l'ensemble du modèle.

Quel que soit le type d'analyse des chocs utilisé, il convient d'effectuer autant d'estimations qu'il y a d'équations dans le modèle VAR. De ce fait, nous aurons une connaissance polymorphe du système et nous apportons un élément de réponse à l'une des préoccupations de Pagan [1987, p. 18)] :

*[à l'exception de la première variable retenue dans l'ordre causal instantané] il est difficile de fournir une interprétation significative des innovations orthogonalisées.*

L'étude des chocs affine le concept théorique de réponse des fonctions impulsionnelles en économie. Réalisée sur un modèle VAR, de type non structurel, elle dispense une information précieuse pour l'application des politiques économiques comme le souligne Malinvaud [1991, p. 458] :

*Lorsque les variables d'intervention de la politique économique sont considérées comme exogènes (autonomes), alors la forme structurelle n'a plus d'intérêt, seules les réactions entre variables sont à observer.*

Dans ce cas précis, une investigation du type de celle que nous venons de présenter s'avère particulièrement adéquate. Incontestablement, les extensions en amont (recherche des relations de cointégration et attracteur) et en aval (étude des chocs) contribuent à augmenter la pertinence de ce type de modélisation non structurelle et enrichissent également l'investigation dynamique en macroéconométrie. Des expériences concluantes ont été menées sur des marchés réglementés de matières premières<sup>8</sup>. D'autres vérifications empiriques dans le domaine de la politique économique donneraient vraisemblablement une plus grande portée à ce type de modélisation.

Bien que ces techniques soient perfectibles, elles ne semblent pas souffrir d'élucubrations préjudiciables à l'ensemble de la connaissance théorique de l'économie. Elles participent bien plutôt à son extension à partir d'une exploitation de la connaissance conjecturale des phénomènes économiques. Elles produisent une source d'induction par la vérification d'hypothèses. Par ailleurs, cette modélisation non structurelle offre de nouvelles perspectives d'investigation pour la compréhension du concept de causalité en économie. Wold (cité dans [Paulré, 1985]) reconnaît une supériorité aux modèles dynamiques par comparaison aux modèles statiques :

*ils expliquent les phénomènes économiques à partir des forces qui sont sous-jacentes à leurs variations,*

les modèles statiques ne portant que sur l'étude de phénomènes au repos.

<sup>8</sup> Cf. [Murcia, Terraza, 1995] sur le marché du pétrole dans l'OCDE.

## LES INSUFFISANCES RELATIVES DES MODÈLES VAR ET LES «AUTRES» DIRECTIONS MÉTHODOLOGIQUES

La plus grande faiblesse des modèles VAR est de raisonner sur la seule structure linéaire des phénomènes. Cependant, bien que les modèles temporels non linéaires aient été développés dès le milieu du XX<sup>e</sup> siècle, il faut attendre les années quatre-vingt pour voir apparaître leurs développements□

- Granger et Andersen [1978], Ozaki [1978] et Haggan, Ozaki [1981] notamment pour le traitement des processus non linéaire en moyenne,
- Engle [1982] pour le traitement des processus non linéaires en variance.

La prise en compte de la non linéarité des séries permet de mieux décrire la réalité économique.

Mais au-delà d'une structure non linéaire des séries temporelles, des extensions ont également porté sur l'existence d'une mémoire effective des phénomènes qui conditionnerait les relations causales et influencerait leurs réalisations contemporaines. Lardic et Mignon [1996, 2002, 2006] retracent à partir des séries financières l'évolution récente des séries temporelles. Nous pourrions également noter les extensions du concept d'attracteur de Granger et Hallman [1991] vers une économétrie du chaos qui remplace le déterminisme au cœur du processus.

Malinvaud [2006] dénonce les limites d'une modélisation dynamique telle qu'elle est abordée par la modélisation VAR, mais sous un angle conceptuel. Après avoir établi les conditions dans lesquelles cette méthodologie est apparue, il en expose les contributions [Malinvaud, 2006, p. 177]□

*La méthodologie vectorielle auto-régressive (VAR) permet de produire et d'élaborer des faits stylisés. Deux développements assez récents prolongent cette méthodologie vers l'économétrie du déséquilibre : les modèles VAR structurels, comme l'analyse des séries temporelles soumis aux changements de régime à des dates inconnues. De tels nouveaux développements sont précieux, mais ils marquent une grande distance par rapport à l'économétrie du déséquilibre telle que pratiquée vingt ans auparavant, où toute l'attention était portée sur les déséquilibres de marché spécifiques.*

Il conclut son article en évoquant certaines limites de cette modélisation dynamique [Malinvaud, 2006, p. 179]□

*Il n'y a pas de possibilité d'introduire plus de dynamique dans les modèles adaptés, et la dynamique dépend de la nature du passé, du présent, et peut-être aussi des anticipations du futur, des déséquilibres.*

Il semble cependant que le nouveau courant macroéconométrique des Modèles d'Équilibre Général Calculable (MEGC) et son extension à *Génération Imbriquées* (MEGCGI) soient une réponse au moins partielle. Le Cacheux et Touzé [2002] proposent une synthèse très complète des MEGCGI. Ces modèles proposent une description des effets de politique économique ainsi que l'effet générationnel (vieillesse) sur la population. Ils utilisent des données microéconomiques et macroéconomiques. Parmi les travaux de modélisation fondateurs, nous citerons l'application à l'économie américaine de Auerbach et Kotlikoff [1987]. Ces modèles produisent des maquettes enrichies d'une dimension temporelle□on peut ainsi introduire la prise en compte des anticipations sur les mesures de politique économique. La valeur des paramètres est donnée non pas par une estimation économétrique, mais par un mécanisme d'ajustement de type tâtonnement walrasien dans le temps. Ces paramètres doivent décrire l'orientation d'une trajectoire

ayant pour origine l'état contemporain d'une économie, et pour (long)terme un état *désiré*. Le Cacheux et Touzé [2002, p. 101] soulignent certaines faiblesses méthodologiques de ces modèles□

*[...] les valeurs des paramètres du modèle sont fournies à l'issue d'une procédure de calibrage et non pas à l'aide d'estimations économétriques. La théorie ne peut pas être testée statistiquement : les moyens de validation ou de rejet du modèle sont donc très faibles et l'on ne dispose pas des informations sur les intervalles de confiance que fournissent les tests économétriques usuels.*

L'absence d'éléments stochastiques dans la procédure des MEGC a été critiquée notamment par Sims [1996]. La technique d'ajustement par tâtonnement est parfaitement déterministe, l'objectif est fixé et le moyen de l'atteindre a perdu un bon nombre de degrés de liberté. Dans ces conditions, il n'est pas possible de tester la validité de la théorie injectée dans le modèle.

Parce que l'économie procède d'un domaine non observable en totalité, il est indispensable de porter un regard épistémologique sur la nature et le bien-fondé de l'investigation économétrique. S'il existe une légitimité dans l'interférence entre sphère économique et sphère mathématique, l'étape de la vérification s'avère indispensable dès lors que l'on pénètre un domaine scientifique. La problématique relative à l'observation de l'échantillon comme unique source de connaissance, légitime le processus de correction par itération. L'économétrie fonde sa valeur dans la vérification. En ce sens elle renseigne la théorie économique et peut l'orienter dans les directions à poursuivre. Tout résultat issu d'une modélisation "correcte" est riche en information. Au-delà des simples bons résultats statistiques qui confirment l'intuition de l'économiste, d'autres résultats *a priori* moins encourageants peuvent se révéler pertinents si l'analyste sait les interpréter□

- la non conservation des propriétés d'un modèle est un indicateur de l'évolution (de la mutation) du phénomène économique étudié. C'est une information de changement structurel,
- la validité réduite d'un modèle dans le temps et dans l'espace témoigne également de l'affinement conceptuel des analyses par rapport à la théorie. Plus la recherche est dynamique, moins le modèle est longtemps utilisable. Le modèle devient de plus en plus spécifique ; il doit en revanche être souple pour s'adapter à ces évolutions rapides de la théorie.

Au-delà des résultats statistiques, l'approche économétrique s'avère *nécessaire mais non suffisante*. Elle évite les débordements conceptuels et contribue à rationaliser l'investigation théorique de l'économiste. Parce qu'elle teste de façon empirique les spéculations intellectuelles, l'économétrie est parcimonieuse. Mais son intérêt ne se limite pas à ce rôle de garde-fou. L'économétrie peut, de façon déductive, renseigner sur la nature et la formation des phénomènes économiques. Le recours à une économétrie dynamique (opérant sur l'historique d'un processus) dispense une somme d'informations précieuse sur la structure interne d'un phénomène et sur ses directions d'évolution.

La modélisation non structurelle a encore aujourd'hui quelques difficultés à s'affirmer comme courant complémentaire de l'économétrie classique. Cependant, la théorie économique, qui s'intéresse de plus en plus aux «*imperfections*□ du monde réel, devrait avoir recours au non structurel pour conceptualiser et vérifier. Il semble que cet outil, perfectible, soit un instrument efficace pour accompagner ces évolutions économiques. Mais faut-il maintenir un clivage entre économétrie classique et économétrie

non structurelle ? Cette séparation n'est certainement pas aussi nécessaire qu'il y paraît. La complémentarité des méthodes ne requiert pas leur isolement. Au plan méthodologique, nous retiendrons simplement qu'un bon instrument doit épouser la problématique. Ce principe fondamental devrait suffire à légitimer l'existence du courant non structurel.

## BIBLIOGRAPHIE

- ARMATTE M., *Histoire du modèle linéaire. Formes et usages en statistique et en économétrie*, Thèse, Paris, EHESS, 1995.
- ARMATTE M., « La notion de modèle dans les sciences sociales : anciennes et nouvelles significations », *Mathématiques et Sciences humaines* 172, 2005(4), p. 91-123.
- AUERBACH A., KOTLIKOFF L., *Dynamic fiscal policy*, Cambridge, Cambridge University Press, 1987.
- BLAUG M., *La méthodologie économique*, 2<sup>e</sup> édition, Paris, Economica, 1992.
- BOX G.E.P., JENKINS G.M., *Time series analysis: forecasting and control*, [revised edition], San Francisco, Holden-Day, 1976.
- DE VROEY M., MALGRANGE P., « La théorie et la modélisation macroéconomiques, d'hier et d'aujourd'hui », *Working paper* n° 2006-33, Paris, Jourdan sciences économiques, 32 p.
- DICKEY D.A., FULLER W.A., « Distribution of estimates for auto-regressive time series with unit root », *Journal of the American Statistical Association* 74, 1979, p. 427-431.
- DICKEY D.A., FULLER W.A., « The likelihood ratio statistics for auto-regressive time series with unit root », *Econometrica* 49, 1981, p. 1057-1072.
- ENGLE R.F., « Auto-regressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation », *Econometrica* 50-4, 1982, p. 987-1007.
- FACKLER J.S., KRIEGER S.C., « An application of vector time series techniques to macroeconomic forecasting », *Journal of Business and Economic Statistics* 4-1, 1986, p. 75-80.
- FULLER W.A., *Introduction to statistical time series*, New-York, John Wiley, 1976.
- GRANGER C.W.J., « Investigating causal relations by econometric models and cross methods », *Econometrica* 37(3), 1969, p. 424-438.
- GRANGER C.W.J., « Some properties of time series data and their use in econometric model specification », *Journal of Econometrics* 16, 1981, p. 121-130.
- GRANGER C.W.J., « Developments in the study of cointegrated economic variables », *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 4, 1986, p. 25-38.
- GRANGER C.W.J., ANDERSEN A.P., *An introduction to bilinear time series analysis*, Gottingen, Vandenhoeck and Ruprecht, 1978.
- GRANGER C.W.J., ENGLE R.F., « Co-integration and error correction: representation, estimation and testing », *Econometrica* 55-2, 1987, p. 251-276.
- GRANGER C.W.J., LEE T.H., « Multicointegration », G.F. Jr Rhodes and T.B. Fomby (eds), *Advances in econometrics: cointegration, spurious regressions and unit roots*, New-York, JAI Press, 1989.
- GRANGER C.W.J., HALLMAN J., « Long memory series with attractors », *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 53, 1991, p. 11-26.
- HAGGAN V., OZAKI T., « A study of application modelling nonlinear random vibrations using an amplitude-dependent auto-regressive time series models », *Biometrika* 68, 1981, p. 189-196.
- HYLLEBERG S., ENGLE R.F., GRANGER C.W.J., YOO B.S., « Seasonal integration and co-integration », *Journal of Econometrics* 44, 1990, p. 215-238.
- JOHANSEN S., JUSELIUS K., « Maximum likelihood estimation and inference in cointegration, with application to the demand for money », *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 52, 1990, p. 69-210.

- KOOPMANS T.C., "Measurement without theory", T.C. Koopmans and W. Hood (eds), *Studies in Econometrics Methods*, Cowles Commission Monograph 14, New Haven, Yale University Press, 1953, p.112-131.
- KOOPMANS T.C., REIERSOL O., "The identification of structural characteristics", *The Annals of Mathematical Statistics* 21, 1950, p. 165-181.
- LARDIC S., MIGNON V., «Développements récents de l'analyse économique : XLIV<sup>e</sup> congrès annuel de l'Association française de science économique 1995», *Revue économique* 47-3, Mai 1996, p. 531-540.
- LARDIC S., MIGNON V., *Économétrie des séries temporelles macroéconomiques et financières*, Paris, Economica, 2002.
- LARDIC S., MIGNON V., *L'efficacité informationnelle des marchés financiers*, Paris, Repères, La Découverte, 2006.
- LE CACHEUX J., TOUZE V., «Le modèle d'équilibre Général Calculable à Générations Imbriquées : enjeux, méthodes et résultats», *Revue de l'OFCE* 80, 2002, p. 87-113.
- LE GALL P., «L'astronaute, le cavalier et l'hérétique : l'histoire de l'économétrie et l'histoire des sciences», *Économies et Sociétés*, Economica, Histoire de la pensée économique, Série P.E. 24, 1995, p.11-95.
- LE GALL P., «Les représentations du monde et les pensées analogiques des économètres : un siècle de modélisation en perspective», *Revue d'Histoire des Sciences Humaines* 6, 2002, p. 39-64.
- LUCAS R.E., "Expectations and the neutrality of money", *Journal of Economic Theory* 4, p. 103-124.
- LUTKEPOHL H., REIMERS H.E., "Impulse response analysis of cointegrated systems", *Journal of economics dynamics and control* 16, 1992, p. 53-78.
- MALINVAUDE E., *Voies de la recherche macroéconomique*, Paris, éditions Odile Jacob, 1991.
- MALINVAUDE E., "Disequilibrium econometrics: 25 years later", *Statistica Neerlandica* 60-2, 2006, p.171-180.
- MEIDINGER C., *Science économique : questions de méthode*, Paris, Vuibert (éd.), coll. Économie, 1994.
- MONFORT A., « Les axes de développements des méthodes macroéconométriques », *INSEE*, département de la recherche, document de travail du CREST n° 9014, 1990.
- MURCIA V., TERRAZA M., « Dynamique du marché du pétrole : approche vectorielle auto-régressive à partir de la stationnarité de H.E.G.Y. des chroniques trimestrielles saisonnières », *Journal de la société statistique de Paris* 95-4, 1995, p. 160-175.
- MUTH J., "Rational expectations and the theory of price movements", *Econometrica* 29(3), 1961.
- OULIARIS S., PARK J.Y., PHILLIPS P.C.B., "Testing for a unit root in the presence of a maintained trend", *Advances in Econometrics and Modelling*, Needham (MA), Kluwer Academic Publishers, 1989.
- OZAKI T., "Nonlinear models of nonlinear random vibrations", unpublished manuscript, University of Manchester, department of mathematics, 1978.
- PAGAN A., "Three econometric methodologies: a critical Appraisal", *Journal of Economic Surveys* 1-1, 1987, p. 3-24.
- PAULRÉ B., « La causalité en économie : signification et portée de la modélisation structurelle », Lyon, Presses Universitaires de France, 1985.
- PHILLIPS P.C.B., PERRON P., "Testing for a unit root in time series regression", *Biometrika* 75, 1988, p.47-353.
- SARGAN J.D., "Wages and prices in the U.K.: a study in econometric methodology", P. Hart and alii (eds), *Econometric Analysis for National Economic Planning*, London, Butterworths, 1964.
- SIMS C., "Money, income and causality", *American Economic Review* 62, 1972, p. 540-552.
- SIMS C., "Macroeconomic and reality", *Econometrica* 48, 1980, p. 1-48.
- SIMS C., "Macroeconomic and methodology", *Journal of Economic Perspectives* 10-1, 1996, p. 105-120.
- WALLISER B., *Anticipations, équilibre et rationalité économique*, Paris, Perspectives de l'économie, Économie contemporaine, Calmann-Lévy, 1985.

YULE J., "On the method of investigating periodicities in distributed series with special reference to Wolfer's spot numbers", *Journal of the Royal Statistic Society* A-226, London, 1927, p. 267-298.